

GRANDES IDÉES

Le **concept de limite** est à la base du calcul infinitésimal.

Le calcul différentiel permet de définir rigoureusement le **taux de variation instantané**.

Le calcul intégral permet de définir rigoureusement un produit faisant intervenir une quantité en **variation constante** sur un intervalle donné.

Le calcul différentiel et le calcul intégral sont des **opérations inverses**.

Normes d'apprentissage

Compétences disciplinaires	Contenu
<i>L'élève sera capable de :</i> Raisonnement et modéliser - Élaborer des stratégies de réflexion pour résoudre des casse-têtes et jouer à des jeux - Explorer, analyser et appliquer des idées mathématiques au moyen du raisonnement, de la technologie et d'autres outils Réaliser des estimations raisonnables et faire preuve d'une réflexion aisée, souple et stratégique en ce qui a trait aux concepts liés aux nombres Modéliser au moyen des mathématiques dans des situations contextualisées - Faire preuve de pensée créatrice et manifester de la curiosité et de l'intérêt dans l'exploration de problèmes Comprendre et résoudre - Développer, démontrer et appliquer sa compréhension des concepts mathématiques par des jeux, des histoires, l'investigation et la résolution de problèmes - Explorer et représenter des concepts et des relations mathématiques par la visualisation - Appliquer des approches flexibles et stratégiques pour résoudre des problèmes - Résoudre des problèmes avec persévérance et bonne volonté - Réaliser des expériences de résolution de problèmes qui font référence aux lieux, aux histoires, aux pratiques culturelles et aux perspectives des peuples autochtones de la région, de la communauté locale et d'autres cultures	<i>L'élève connaîtra :</i> Fonctions et graphiques Limites : - limite à gauche et limite à droite - limite à l'infini - continuité Différentiation : taux de variation règles de différentiation - ordre élevé, implicite applications Intégration : approximations - théorème fondamental de l'analyse infinitésimale méthodes d'intégration applications

Normes d'apprentissage (suite)

Compétences disciplinaires	Contenu
Communiquer et représenter • Expliquer et justifier des concepts et des décisions mathématiques de plusieurs façons • Représenter des concepts mathématiques sous forme concrète, graphique et symbolique • Utiliser le vocabulaire et le langage des mathématiques pour participer à des discussions en classe • Prendre des risques en proposant des idées dans le cadre du discours en classe Faire des liens et réfléchir • Réfléchir sur l'approche mathématique • Faire des liens entre différents concepts mathématiques, et entre les concepts mathématiques et d'autres domaines et intérêts personnels • Voir les erreurs comme des occasions d'apprentissage • Incorporer les visions du monde, les perspectives, les connaissances et les pratiques des peuples autochtones pour faire des liens avec des concepts mathématiques	

Grandes idées – Approfondissements

- **concept de limite :**

- la différentiation et l'intégration sont définies en appliquant le concept de limite

Questions pour appuyer la réflexion de l'élève :

- En quoi une limite est-elle utile?
- Comment utiliser des exemples historiques (p. ex. paradoxe d'Achille et de la tortue) pour décrire une limite?

- **taux de variation instantané :**

- définition rigoureuse du taux de variation instantané à partir du taux de variation moyen

Questions pour appuyer la réflexion de l'élève :

- Comment un taux de variation peut-il être instantané?
- Quand utilise-t-on un taux de variation?

- **variation constante :**

- aire (hauteur $\times$ largeur) sous la courbe, où la hauteur de la région varie; volume d'un solide (aire $\times$ longueur), où l'aire de la section varie; travail (force $\times$ distance), où la force varie
- le calcul de ces produits passe par la somme d'une série infinie

Questions pour appuyer la réflexion de l'élève :

- Quelle est l'utilité de représenter l'aire approximative sous la courbe au moyen de rectangles?
- Pourquoi le théorème fondamental de l'analyse infinitésimale est-il si fondamental?

- **opérations inverses :**

- le théorème fondamental de l'analyse infinitésimale montre que la différentiation et l'intégration sont des opérations inverses

Questions pour appuyer la réflexion de l'élève :

- Quelle est la relation entre le calcul différentiel et le calcul intégral?
- Pourquoi les primitives sont-elles importantes?
- Quel est le lien entre une primitive et une intégrale?

Compétences disciplinaires – Approfondissements

- **stratégies de réflexion :**
 - raisonner pour choisir des stratégies gagnantes
 - généraliser et extrapoler
- **analyser :**
 - examiner la structure des concepts mathématiques et les liens entre eux (p. ex. limites, calcul différentiel, calcul intégral)
- **raisonnement :**
 - raisonnement inductif et déductif
 - prédictions, généralisations et conclusions tirées d'expériences (p. ex. casse-têtes, jeux, programmation)
- **technologie :**
 - technologie graphique, géométrie dynamique, calculatrices, matériel de manipulation virtuelle, applications conceptuelles
 - usages très variés, notamment :
 - exploration et démonstration de relations mathématiques
 - organisation et présentation de données
 - formulation et mise à l'épreuve de conjectures inductives
 - modélisation mathématique
- **autres outils :**
 - matériel de manipulation, comme des tuiles algébriques et d'autres objets
- **Réaliser des estimations raisonnables :**
 - être capable de défendre la vraisemblance d'une valeur estimée d'un contexte mathématique à l'autre
- **réflexion aisée, souple et stratégique :**
 - comprend :
 - utilisation de faits avérés et d'étalons de mesure, partitionnement, application de stratégies propres aux nombres pour approximer des limites, des dérivées et des intégrales
 - envisager plusieurs approches de réflexion sur un nombre ou une opération (laquelle sera la plus stratégique ou efficace?)
- **Modéliser :**
 - à l'aide de concepts et d'outils mathématiques, résoudre des problèmes et prendre des décisions (p. ex. dans des scénarios de la vie quotidienne ou abstraits)
 - choisir les concepts et les outils mathématiques nécessaires pour déchiffrer un scénario complexe et essentiellement non mathématique
- **situations contextualisées :**
 - par exemple, des scénarios de la vie quotidienne et des défis ouverts qui établissent des liens entre les mathématiques et la vie quotidienne

Compétences disciplinaires – Approfondissements

- **pensée créatrice :**
 - être ouvert à l'essai de stratégies différentes
 - on fait référence ici à une réflexion mathématique créatrice et innovatrice plutôt qu'à une représentation créative des mathématiques, p. ex. par les arts ou la musique
- **curiosité et de l'intérêt :**
 - poser des questions pour approfondir sa compréhension ou pour ouvrir de nouvelles avenues d'investigation
- **investigation :**
 - investigation structurée, orientée et libre
 - observer et s'interroger
 - relever les éléments nécessaires pour comprendre un problème et le résoudre
- **visualisation :**
 - créer et utiliser des images mentales pour appuyer sa compréhension
 - la visualisation peut être appuyée par du matériel dynamique (p. ex. des relations et des simulations graphiques), des objets, des dessins et des diagrammes
- **approches flexibles et stratégiques :**
 - choisir les outils mathématiques appropriés pour résoudre un problème
 - choisir une stratégie efficace pour résoudre un problème (p. ex. essai-erreur, modélisation, résolution d'un problème plus simple, utilisation d'un graphique ou d'un diagramme, jeu de rôle)
- **résoudre des problèmes :**
 - interpréter une situation pour cerner un problème
 - appliquer les mathématiques à la résolution de problème
 - analyser et évaluer la solution par rapport au contexte initial
 - répéter ce cycle jusqu'à ce qu'une solution vraisemblable ait été trouvée
- **persévérance et bonne volonté :**
 - ne pas abandonner devant les difficultés
 - résoudre les problèmes avec dynamisme et détermination
- **qui font référence :**
 - aux activités quotidiennes, aux pratiques locales et traditionnelles, aux médias populaires, aux événements d'actualité et à l'intégration interdisciplinaire
 - en posant et en résolvant des problèmes, ou en posant des questions sur les lieux, les histoires et les pratiques culturelles

Compétences disciplinaires – Approfondissements

- **Expliquer et justifier :**
 - utiliser des arguments mathématiques pour convaincre
 - prévoir des conséquences
- **décisions :**
 - demander aux élèves de choisir parmi deux scénarios, puis de justifier leur choix
- **plusieurs façons :**
 - par exemple : orale, écrite, visuelle, au moyen de technologies
 - communiquer efficacement d'une manière adaptée à la nature du message et de l'auditoire
- **Représenter :**
 - à l'aide de modèles, de tables, de graphiques, de mots, de nombres, de symboles
 - en établissant des liens de sens entre plusieurs représentations différentes
- **discussions :**
 - dialogues entre pairs, discussions en petits groupes, rencontres enseignants-élèves
- **discours :**
 - utile pour approfondir la compréhension des concepts
 - peut aider les élèves à clarifier leur réflexion, même si leurs idées ne sont pas tout à fait claires ou que leurs prémisses sont erronées
- **Réfléchir :**
 - présenter le résultat de son raisonnement mathématique et partager celui d'autres personnes, y compris évaluer les stratégies et les solutions, développer les idées et formuler de nouveaux problèmes et de nouvelles questions
- **Faire des liens entre différents concepts mathématiques :**
 - s'ouvrir au fait que les mathématiques peuvent aider à se connaître et à comprendre le monde autour de soi (p. ex. activités quotidiennes, pratiques locales et traditionnelles, médias populaires, événements d'actualité, justice sociale et intégration interdisciplinaire)
- **erreurs :**
 - vont des erreurs de calcul jusqu'aux fausses prémisses
- **occasions d'apprentissage :**
 - en :
 - analysant ses erreurs pour cerner les éléments mal compris
 - apportant des correctifs à la tentative suivante
 - relevant non seulement les erreurs mais aussi les parties d'une solution qui sont correctes

Compétences disciplinaires – Approfondissements

- **Incorporer :**
 - en :
 - collaborant avec les Aînés et les détenteurs du savoir parmi les peuples autochtones de la région
 - explorant les principes d'apprentissage des peuples autochtones (<http://www.fnesc.ca/wp/wp-content/uploads/2015/09/PUB-LFP-POSTER-Principles-of-Learning-First-Peoples-poster-11x17.pdf> : l'apprentissage est holistique, introspectif, réflexif, expérientiel et relationnel [axé sur la connexité, les relations réciproques et l'appartenance]; l'apprentissage demande temps et patience)
 - faisant des liens explicites avec l'apprentissage des mathématiques
 - explorant les pratiques culturelles et les connaissances des peuples autochtones de la région, et en faisant des liens avec les mathématiques
- **connaissances :**
 - connaissances locales et pratiques culturelles qu'il est convenable de partager et qui ne relèvent pas d'une appropriation
- **pratiques :**
 - pratiques culturelles selon Bishop : compter, mesurer, localiser, concevoir, jouer, expliquer (http://www.csus.edu/indiv/o/oreyd/ACP.htm_files/abishop.htm)
 - ressources sur l'éducation autochtone (www.aboriginaleducation.ca)
 - *Teaching Mathematics in a First Nations Context*, FNESC (<http://www.fnesc.ca/resources/math-first-peoples/>)

Contenu – Approfondissements

- **Fonctions :**
 - forme de base des fonctions de Mathématiques pré-calcul, 12^e année
 - fonctions par parties
 - fonctions trigonométriques réciproques
- **Limites :**
 - à partir de tables de valeurs, graphiquement et algébriquement
 - limites à gauche et à droite et limite
 - comportement à l'infini ou aux extrémités
 - théorème des valeurs intermédiaires
- **Différentiation :**
 - histoire
 - définition d'une dérivée
 - notation
- **taux de variation :**
 - moyen ou instantané
 - pente de la sécante et de la tangente
- **règles de différentiation :**
 - puissance, produit, quotient et fonctions composées
 - fonctions transcendantes : logarithmique, exponentielle, trigonométrique
- **applications :**
 - relation entre le graphique de $f(x)$ à $f'(x)$ et $f''(x)$
 - croissance/décroissance, concavité
 - différentiabilité, théorème des valeurs moyennes
 - méthode de Newton
 - problèmes en situations contextualisées, faisant intervenir des taux et l'optimisation
- **Intégration :**
 - définition d'une intégrale
 - notation
 - définie et indéfinie
- **approximations :**
 - somme de Riemann, méthode d'approximation des rectangles, méthode des trapèzes

Contenu – Approfondissements

- **méthodes d'intégration :**
 - primitives des fonctions
 - par substitution
 - par parties
- **applications :**
 - aire sous la courbe, volume des solides, valeur moyenne des fonctions
 - équations différentielles
 - problèmes de Cauchy
 - champs d'éléments de contact